



Отримано: 06 листопада 2018 р.

Прорецензовано: 15 листопада 2018 р.

Прийнято до друку: 23 листопада 2018 р.

e-mail: ira.nyk@gmail.com

DOI: 10.25264/2311-5149-2018-11(39)-176-180

Никифорчин І. В. Моделі інформативного сигналу з двома типами агентів і принципом. *Наукові записки Національного університету «Острозька академія». Серія «Економіка»* : науковий журнал. Острог : Вид-во НаУОА, грудень 2018. № 11(39). С. 176–180.

УДК 330.46

JEL Classification: D82, D86

Никифорчин Ірина Володимирівна,

кандидат економічних наук, доцент кафедри статистики та вищої математики,
ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»

МОДЕЛІ ІНФОРМАТИВНОГО СИГНАЛУ З ДВОМА ТИПАМИ АГЕНТІВ І ПРИНЦИПАЛОМ

Проаналізовано роль інформативних сигналів у теорії контрактів для зменшення інформаційної прогалини між принципалом та агентом. Розглянуто основні моделі контрактних стосунків принципал-агент з урахуванням верифікованих і неверифікованих екзогенних сигналів, що надходять *ex ante* і *ex post*. Запропоновано модель контрактного процесу, у якій сигнал верифікується *ex post*, але доступний агентові *ex ante* і дозволяє останньому уточнити припущення про майбутню ефективність.

Ключові слова: теорія контрактів, інформаційний сигнал, *ex ante*, *ex post*, верифікованість.

Никифорчин Ірина Владимировна,

кандидат экономических наук, доцент кафедры статистики и высшей математики,
ГВУЗ «Прикарпатский национальный университет имени Василя Стефаника»

МОДЕЛИ ИНФОРМАТИВНОГО СИГНАЛА С ДВУМЯ ТИПАМИ АГЕНТОВ И ПРИНЦИПАЛОМ

Проанализирована роль информативных сигналов в теории контрактов для уменьшения информационного разрыва между принципалом и агентом. Рассмотрены основные модели контрактных отношений принципал-агент с учетом верифицируемых и неверифицируемых экзогенных сигналов, поступающих *ex ante* и *ex post*. Предложена модель контрактного процесса, в котором сигнал верифицируется *ex post*, но доступен агенту *ex ante* и позволяет последнему уточнить предположение о будущей эффективности.

Ключевые слова: теория контрактов, информационный сигнал, *ex ante*, *ex post*, верифицируемость.

Iryna Nykyforchyn,

PhD in Economics, Associate Professor at the Faculty of Statistics and Higher Mathematics
Vasyl Stefanyk Precarpathian National University

MODELS OF INFORMATION SIGNAL WITH TWO TYPES OF AGENTS AND A PRINCIPAL

Role of information signals in contract theory in decreasing of information gap between principal and agent is analyzed. Main causes of information asymmetry are described and its impact on the outputs and on the expected utility of an agent and of a principal is estimated. We consider main models of contract relation that take into account verifiable and nonverifiable exogenous signals *ex ante* and *ex post*. Generally, a signal is either available *ex ante* and used by a principal to improve a contract that will be proposed to an agent, or available and verifiable *ex post* by the Court of Justice and the contract is directly dependent on the signal. The objective of the principal is to decrease information rent paid to more efficient agents to prevent them from pretending to be less efficient ones. We propose a model of contract process with an *ex post* verifiable signal that is *ex ante* accessible by the agent, which allows the latter to make his assumption on future efficiency more precise. It is assumed that agent's type can attain two values (higher and lower) that correspond to more and less production costs and therefore to less and more efficient agents respectively. An a priori probability distribution of the types is known, but the signal "replaces" it with a conditional probability distribution that depends on the state of nature. A reason to consider such a framework is possibility that some information is available to an agent at more early stage of contract process.

Key words: contract theory, information signal, *ex ante*, *ex post*, verifiability

Постановка проблеми. Нерівномірність розподілу інформації між учасниками ринку, тобто асиметрія інформації, останнім часом є предметом багатьох досліджень. У теорії контрактів асиметрія інформації пов'язана з тим, що різні учасники контрактного процесу мають різну інформацію щодо умов угод. При цьому розглядають два типи асиметрії інформації:

- прихована інформація, коли одна сторона володіє повнішою інформацією;



• приховані дії, коли один суб'єкт економічної угоди здійснює дії, що не спостерігаються іншим суб'єктом.

Проблеми, пов'язані з подоланням цих типів асиметрії інформації, в теорії контрактів вирішуються розробкою оптимальних контрактів, які в першому випадку направлені на виявлення типу агента, а в другому – на розробку стимулів, що зменшують можливість прихованих дій.

Отож, у теперішній ситуації економісти постали перед необхідністю враховувати асиметрію інформації при прийнятті економічних рішень і побудові економіко-математичних моделей та пошуком методів боротьби з цією проблемою.

Аналіз останніх досліджень та публікацій Теорія ринків, на яких присутня асиметрія інформації, широко досліджується ще з кінця минулого століття. Класичний приклад негативного впливу асиметрії інформації на ефективність функціонування ринку описаний в роботі Дж. Акерлофа (ринок вживаних автомобілів). Ця проблема досліджувалась також у роботах Нобелівських лауреатів Дж. Стігліца, М. Спенса [3, 8].

Особливо активізувались дослідження, пов'язані з асиметрією інформації контрактною теорією, у зв'язку з системною кризою 2008 року. Питанням характеристики асиметрії інформації і її впливами на структуру ринку займалися такі вчені: С. Авдашова, Н. Розанова, М. Єрмошенко, Т. Кричевська [4, 6, 7]. М. Спенс розглядав способи подолання асиметрії інформації, розробивши «теорію ринкових сигналів», яка показувала, як ефективні працівники можуть сигналізувати про свою працездатність працевдавцям шляхом здійснення затрат на освіту [3].

Мета та завдання дослідження полягає в аналізі й дослідженні існуючих моделей інформативних сигналів для стосунків принципала й агента та створенні нової моделі, у якій сигнал отримується агентом і збільшує інформаційну прогалину.

Виклад основного матеріалу. У стандартній ринковій ситуації ціна однозначно і протилежно впливає на попит і пропозицію і є ринковим механізмом забезпечення рівноваги. Особливістю цієї ситуації є те, що зміна ціни може здійснювати неоднозначний вплив на попит. Наприклад, зниження ціни призводить в умовах повної інформації до збільшення попиту за рахунок ефекту заміщення й ефекту доходу. В умовах асиметрії, зниження ціни може впливати на середню якість товару, що призводить до зменшення попиту. Це може вплинути на величину пропозиції і призвести до зникнення ринку цього товару. У роботі вперше пораховано економічні збитки від асиметрії інформації в зв'язку з нереалізованими угодами.

Можна адаптувати цей приклад до ринку праці. Припустимо, що є дві категорії робітників: високопродуктивні й низькопродуктивні. В умовах повної інформації їх заробітна плата встановлюється на рівні граничних корисностей робітників. В умовах асиметрії інформації власник не може розпізнати, хто з робітників є висококваліфікованим, а хто низькокваліфікованим, тому заробітна плата встановлюється на рівні середньоринкової. У результаті на ринку встановлюється ситуація несприятливого відбору, коли у висококваліфікованих робітників зникає мотивація виходити на такий ринок. У перспективі на ринку залишаються тільки низькокваліфіковані робітники. Знаючи це, фірми відмовляються переплачувати. У цілому, як констатує Дж. Акерлоф [1], на ринках з асиметрією інформації товари низької якості «витісняють» якісні товари, тобто «виникає тенденція до зменшення як середньої якості товарів, так і розміру ринку».

Для вирішення проблеми асиметрії інформації використовується теорія контрактів, яка виникла в рамках нової інституціональної теорії. Розглянемо модель принципал-агент [2, 5]. Нехай маємо принципала й агентів. Кожен агент має приватну характеристику θ – тип агента. У якості типу агента може виступати продуктивність працівника, рівень освіти, якість товару, що продається, тощо. Припустимо, що параметр θ може приймати два значення: θ_1 з імовірністю v і θ_2 з імовірністю $1-v$, причому менше значення θ_1 відповідає ефективнішому типові (з меншими витратами). Принципал, наймаючи агента, отримує благо $q(\theta)$, за яке платить $t(q, \theta)$. Функція корисності агента має вигляд $U_A(q, \theta) = -\theta q(\theta)$, де $\theta q(\theta)$ – витрати (ми припускаємо, що витрати агента прямо пропорційні кількості виробленого блага). Для функції корисності агента виконується умова Спенса: тобто $\frac{\partial U_A(q, \theta)}{\partial \theta} > 0$, $\frac{\partial^2 U_A(q, \theta)}{\partial \theta \partial q} > 0$. Крім того, вважаємо, що агент є ризикофобом, тобто $\frac{\partial U_A(q, \theta)}{\partial q} > 0$, $\frac{\partial^2 U_A(q, \theta)}{\partial^2 q} < 0$.

Задача агента має вигляд:

$$U_A(q, \theta) \rightarrow \max_q$$

У класичній моделі несприятливого відбору допускається або ввігнутість функції корисності й лінійність витрат (як в цьому випадку), або лінійність витрат і опуклість функції корисності.

Принципал пропонує агенту контракт $(t(q, \theta), q)$, за яким отримує певну кількість блага q , корисність якого $S(q)$, тобто задача принципала зводиться до такої задачі максимізації:



$$S(q) - t(q, \theta) \rightarrow \max_q$$

при обмеженнях участі:

$$t(q_1, \theta_1) - \theta_1 q_1 \geq 0,$$

$$t(q_2, \theta_2) - \theta_2 q_2 \geq 0.$$

Розглянемо дві ситуації; коли принципал володіє інформацією про тип агента (умови симетричної інформації) і коли принципал не знає типу агента (умови несиметричної інформації).

В умовах симетричної інформації принципал пропонує агентам такі контракти, при яких можливо забрати весь залишок (economical surplus), тобто $\theta_i q_i^* = t(q_i^*, \theta_i)$. При цьому, згідно з принципом граничної корисності, має виконуватись: $S(q_i^*) = \theta_i$. У разі асиметричної інформації припускається, що принципал не знає типу агента, а знає розподіл імовірностей цих типів. Тоді контракти, оптимальні для симетричної інформації, не будуть оптимальними для цього випадку, оскільки агенти першого типу замість контракту (t_1, q_1) виберуть контракт (t_2, q_2) , призначений для другого типу. Це пов'язано з тим, що функція корисності є зростаючою по θ . Також можна показати, що агенти другого типу не виберуть контракт, який призначений для агентів першого типу.

Задача принципала в цьому разі полягає в розмежуванні агентів: принципал повинен запропонувати таке меню контрактів, при якому кожному агенту було б вигідно вибрати контракт, який призначений безпосередньо для нього.

У цьому випадку задача принципала матиме вигляд:

$$V(S(q_1) - (q_1, \theta_1)) + (1 - v)(S(q_2) - t(q_2, \theta_2)) \rightarrow \max_{q_1, q_2},$$

при обмеженні участі (працівникові вигідно працювати, а не бути безробітним):

$$t(q_1, \theta_1) - \theta_1 q_1 \geq 0 \quad IR 1,$$

$$t(q_2, \theta_2) - \theta_2 q_2 \geq 0 \quad IR 2,$$

і при обмеженні сумісності стимулів (працівникові вигідно вибрати саме свій тип, а не прикидатися іншим):

$$t(q_1, \theta_1) - \theta_1 q_1 \geq t(q_2, \theta_2) - \theta_2 q_2 \quad IC 1,$$

$$t(q_2, \theta_2) - \theta_2 q_2 \geq t(q_1, \theta_1) - \theta_1 q_1 \quad IC 2.$$

При цьому умови IR називаються обмеженнями участі, а обмеження IC – обмеженнями самовідбору. При цьому перші два обмеження характеризують умови, при яких агент візьме участь у контракті, а наступні два – умови, при яких агент вибере саме свій контракт.

Відомо (щодо подробиць див. [5]), що оптимальне меню контрактів повинне володіти такими властивостями:

1. Умови IR 2 і IC 1 перетворюються в рівності.

2. Умови IR 1 і IC 2 є строгими нерівностями.

$$q_2 \leq q_1$$

$$q_1 - q_1^*, q_2 \leq q_2^*$$

Останній факт пов'язаний із поняттям інформаційної ренти [5], що дорівнює корисності, яку отримує агент першого типу завдяки можливості видати себе за другий тип й отримати контракт, який призначений для другого типу. Отож, ефективнішому типу принципал повинен призначити більшу ренту, щоб «переконати» його прийняти контракт, що відповідає його типу.

Дуже часто агент високого типу є зацікавленим у тому, щоб виявити свій тип. Здійснити це він може через інформативні сигнали, за допомогою яких можна подолати асиметрію інформації. Уперше «теорія ринкових сигналів» була розроблена Спенсом [3] для опису того, як ефективні працівники можуть сигналізувати про свою працездатність працедавцям шляхом здійснення затрат на освіту. У загальному, в якості сигналів можуть виступати гарантія, запорука, репутація фірми, сертифікати якості, ліцензії тощо.

У статті ми спершу розглядаємо наслідки різних інформаційних сигналів, які подає агент вищого типу для покращення контракту. Ідея полягає в тому, щоб показати, який вплив екзогенної інформації на оформлення контракту принципалом. Спостереження за продуктивністю в простій агент-принципал моделі, а також моніторинг та аудит структури зв'язків між принципалом й агентом дозволяють знизити прогалини в інформації з боку принципала на користь агента.

Водночас ми розглядаємо ситуацію, коли екзогенний сигнал отримується *агентом* і, відповідно, *збільшує* інформаційну прогалину. Ми проаналізуємо, як це впливає на очікувану корисність агента та принципала.

Ex post верифікований сигнал

Припустимо, що принципал може спостерігати ex post верифікований сигнал σ , який подає агент і який корелує з типом θ . «Верифікованість» означає, що існує арбітр (суд, Court of Justice), який може юридично встановити факт і зміст сигналу, тому від нього можна узалежнити контракт. Цей сигнал



подається після агентного вибору (як варіант, після агентової відповіді на прямий механізм виявлення). Цей контракт може бути зумовлений агентовими звітами і спостережуваним сигналом, який надає інформацію про базовий стан. Для спрощення вважаємо, що сигнал може набувати тільки два значення σ_1 і σ_2 . Припустимо, що умовна ймовірність реалізації цих сигналів буде: $\mu_1 1 = P\{\sigma = \sigma_1 | \theta = \theta_1\} = \frac{1}{2}$, $\mu_2 2 = P\{\sigma = \sigma_2 | \theta = \theta_2\} = \frac{1}{2}$.

Якщо виконується умова, то сигнал буде неінформативним.

Прийmemo наступні позначення для інформаційної ренти:

$$u_{11} = t(\theta_1, \sigma_1) - \theta_1 q(\theta_1, \sigma_1), u_{12} = t(\theta_1, \sigma_2) - \theta_1 q(\theta_1, \sigma_2), u_{21} = t(\theta_2, \sigma_1) - \theta_2 q(\theta_2, \sigma_1), u_{22} = t(\theta_2, \sigma_2) - \theta_2 q(\theta_2, \sigma_2).$$

Випишемо обмеження стимулів для обох учасників:

$$\mu_1 1 u_{11} + (1 - \mu_1) u_{12} \geq \mu_1 1 u_{21} + \Delta \theta q_{12} 1 + (1 - \mu_1) u_{22} + \Delta \theta q_{12} 2$$

$$[(1 - \mu_2) 2] u_{21} + \mu_2 2 u_{22} \geq (1 - \mu_2) u_{11} + \Delta \theta q_{11} + \mu_2 2 u_{12} + \Delta \theta q_{12}$$

Контракт буде прийнятий обома агентами після вивчення їх типів, але перед реалізацією сигналу. Обмеження участі мають вигляд:

$$\mu_1 1 u_{11} + (1 - \mu_1) u_{12} \geq 0$$

$$[(1 - \mu_2) 2] u_{21} + \mu_2 2 u_{22} \geq 0$$

Значимо, що для цього плану випуску q_{ij} система обмежень має скільки рівнянь, скільки невідомих u_{ij} . Коли детермінант системи не дорівнює нулю, можливо знайти всі ренти u_{ij} . Визначник системи не дорівнює нулю тоді і тільки тоді, коли:

$$1 - \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Якщо ця умова не виконується і $\mu_1 + \mu_2 = 1$, то сигнали є неінформативними.

Ex ante не верифікований сигнал принципалові

Ми зберігаємо ті самі припущення, що і в попередньому випадку, але припускаємо, що не верифікований бінарний сигнал σ щодо θ отримується принципалом ex ante. Перед тим, як запропонувати стимулювальний контракт, принципал обчислює для кожної вартості сигналу його апостеріорні ймовірності, які визначають ефективність агента. Принципал може скласти контракт залежно від цього сигналу перед пропонуванням його агентові, тому не потребує юридичної фіксації сигналу з боку арбітра.

$$\hat{v}_1 = P\{\theta = \theta_1 | \sigma = \sigma_1\} = \frac{v \mu_1}{v \mu_1 + (1 - v)(1 - \mu_2)}$$

$$\hat{v}_2 = P\{\theta = \theta_1 | \sigma = \sigma_2\} = \frac{v \mu_1}{v(1 - \mu_1) + (1 - v) \mu_2}$$

Тоді оптимальний контракт спричиняє зниження ефективності другого агента $q_2^{SB}(\sigma_i)$, які можна знайти з граничних користностей принципала, відповідно:

$$S(q_2^{SB}(\sigma_1)) = \theta_2 + \frac{v_1}{1 - v_1} \Delta \theta = \theta_2 + \frac{v \mu_1}{(1 - v)(1 - \mu_2)} \Delta \theta.$$

$$S(q_2^{SB}(\sigma_2)) = \theta_2 + \frac{v_2}{1 - v_2} \Delta \theta = \theta_2 + \frac{v[(1 - \mu_1)]}{v(1 - \mu_2)} \Delta \theta.$$

У цьому разі, якщо $\mu_1 = \mu_2 > \frac{1}{2}$, ми можемо інтерпретувати μ_i як індекс інформативності сигналу. Спостерігаючи за сигналом, принципал думає, що агент є ефективнішим, ніж насправді. Строге скорочення в ефективності сигналів буде після σ_i . Попередні рівності показують, що стимули зменшуються в разі, якщо $\frac{v_2}{1 - v_2} > \frac{1}{2}$. Якщо цей вираз достатньо великий, то принципал закриває можливість для неефективного агента і пропонує контракт тільки ефективному агенту. Це не залишає йому жодної ренти. Навпаки, менш ймовірно зіткнутись з ефективним типом після отримання сигналу σ_2 , тому принципал менше скорочує інформаційну ренту, ніж у разі без інформаційного сигналу $\frac{v_2}{1 - v_2} > \frac{1}{2}$. Стимули є сильнішими.

Ex ante сигнал агентові, верифікований ex post

Зауважимо, що у попередніх моделях принципал використовує сигнал про стан середовища для зменшення інформаційної ренти вищому типові й, відповідно, збільшення очікуваної користності. Нижче ми пропонуємо нестандартний підхід, коли з сигналу користується агент. Зауважимо, що агент не обов'язково знає власний тип до початку контрактного процесу. Доступними для нього, як і для принципала, є тільки апіорні ймовірності першого і другого типів – відповідно v і $1 - v$.

Знову ж вважаємо, що сигнал може набувати тільки два значення σ_1 і σ_2 , й умовна ймовірність реалізації першого і другого типів для сигналу σ_i рівна: $v_i i = P\{\theta = \theta_1 | \sigma = \sigma_i\}$, $[(1 - v) i] = P\{\theta = \theta_2 | \sigma = \sigma_i\}$. Зрозуміло, що $v = \mu v_1 + (1 - \mu) v_2$, де μ – ймовірність надходження сигналу σ_1 . Отже, цей сигнал уточнює інформацію агента про його очікувану ефективність (наприклад, якщо вона залежить від екзогенних чинників), залишаючи без цієї інформації принципала. Остаточну інформацію про тип агент (але не принципал) отримає вже після укладення контракту. Водночас ex post принципал отримає інформацію



про сигнал (але не про тип), що вимагає верифікації через Court of Justice, відповідно, контракт можна узалежнити від цього сигналу. Для визначеності ми припускаємо, що $v_1 \geq v \geq v_2$ і відповідно $I-v_1 \leq I-v \leq I-v_2$. Зауважимо, що при $v_1 = v = v_2$ сигнал є неінформативним, тому надалі вважаємо, що $v_1 > v > v_2$, тобто сигнал σ_i збільшує ймовірність типу агента θ_i .

Позначення для інформаційної ренти залишаються попередніми.

Принципал є поінформованим про величини v_1, v, v_2 , але не знає, який сигнал отримав кожен з агентів. Якщо він має намір гарантувати участь усіх агентів, то умови індивідуальної раціональності повинні виконуватись для обох можливих сигналів, тому отримуємо:

$$v_1 u_{11} + (1 - v_1) u_{12} \geq 0,$$

$$v_2 u_{12} + (1 - v_2) u_{22} \geq 0.$$

Випишемо обмеження стимулів для обох сигналів:

$$t(\theta_1, \sigma_1) - \theta_1 q_{11} \geq t(\theta_2, \sigma_1) - \theta_1 q_{21},$$

$$t(\theta_1, \sigma_2) - \theta_1 q_{12} \geq t(\theta_2, \sigma_2) - \theta_1 q_{22},$$

$$t(\theta_2, \sigma_1) - \theta_2 q_{21} \geq t(\theta_1, \sigma_1) - \theta_2 q_{11},$$

$$t(\theta_2, \sigma_2) - \theta_2 q_{22} \geq t(\theta_1, \sigma_2) - \theta_2 q_{12}.$$

Цільова функція принципала має вигляд:

$$\mu v_1 (S(q_{11}) - t(\theta_1, \sigma_1)) + \mu (1 - v_1) (S(q_{21}) - t(\theta_1, \sigma_1)) + (1 - \mu) v_2 (S(q_{12}) - t(\theta_1, \sigma_2)) + (1 - \mu) (1 - v_2) (S(q_{22}) - t(\theta_2, \sigma_2)) \rightarrow \max_{\sigma_1, \sigma_2}.$$

Детальний чисельний аналіз впливу сигналу на second best пропозиції, інформаційну ренту та очікувану корисність ми проведемо в наступній публікації.

Висновки. Попри те, що ідея інформативних сигналів є ґрунтовно розробленою в теорії контрактів, стандартний підхід полягає у зменшенні інформаційної ренти через застосування додаткових механізмів, тобто зміні ситуації на користь принципала. Ми запропонували врахувати можливості агента використати подібні засоби на свою користь, що збільшить адекватність економіко-математичного моделювання в теорії контрактів.

Література:

1. Akerloff G. The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism. *Quarterly Journal of Economics*. 1970. N 84, P. 485–500.
2. Cabrales A. Optimal Contracts, Adverse Selection and Social Preferences: an Experiment. URL: <http://www.econ.upat.edu/docs/papers/downloads/478.pdf>.
3. Spence M. Job Market Signaling. *Quarterly Journal of Economics*. 1978, № 80. P. 355–374.
4. Агапова И.И. Институциональная экономика: учеб. пособие. Москва: Экономист, 2006. 254 с.
5. Бремзен А., Гуриев. С. Конспект лекций по теории контрактов. URL: <http://www.nes.ru/dataupload/files/programs/econ/preprints/2005/GurievBremzen.pdf>.
6. Кузьминов Я. И. Курс институциональной экономики. ГУВШЕ, 2006. 442 с.
7. Розанова Н., Авдашева С. Теория организации отраслевых рынков. Москва: ИЧП Издательство «Магистр», 1998. 320 с.
8. Стиглер Дж. Экономическая теория информации. *Вехи экономической жизни. Теория фирмы*. Т. 2. / под редакцией М. Гальперина. Санкт-Петербург: Экономическая школа, 2000. С. 507–529.